

УДК 535.32

В. И. Волчихин, Д. В. Артамонов, М. А. Чиркина

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
МЕТОДОМ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ ВОЛНОВЫХ  
ПРОЦЕССОВ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СТРУКТУРАХ  
ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ**

*Аннотация.* Предложена методика использования автономных блоков для исследования волновых процессов в гетерогенных структурах автомобильных дорог при их динамическом нагружении колесами движущегося транспорта. Получены результаты математических расчетов влияния геометрии гетерогенной структуры на волновые процессы.

*Ключевые слова:* гетерогенные структуры, автономные блоки, дескрипторы, канал Флоке.

*Abstract.* The article suggests a method of applying self-contained units for investigation of highway surface heterogeneous structures under dynamic loading by wheels of moving transport. The authors have calculated the influence of heterogeneous structure geometry on wave processes.

*Key words:* heterogeneous structures, self-contained blocks, descriptors, Floke's channel.

### Введение

Автомобильные дороги представляют собой гетерогенные структуры, составленные из слоев асфальтобетона, щебня, песка и подстилающего грунта. В многофазных структурах дороги возникают динамические нагрузки, связанные с движением колес транспортных средств по асфальтобетону. Эти нагрузки существенно увеличиваются на несплошностях поверхности дороги типа «просадки», «проломы», «выбоины», «поперечные трещины» и т.д.

Нагружение гетерогенной структуры дороги осуществляется ударами и давлением элементов протектора шины колеса по поверхности асфальтобетона (рис. 1).

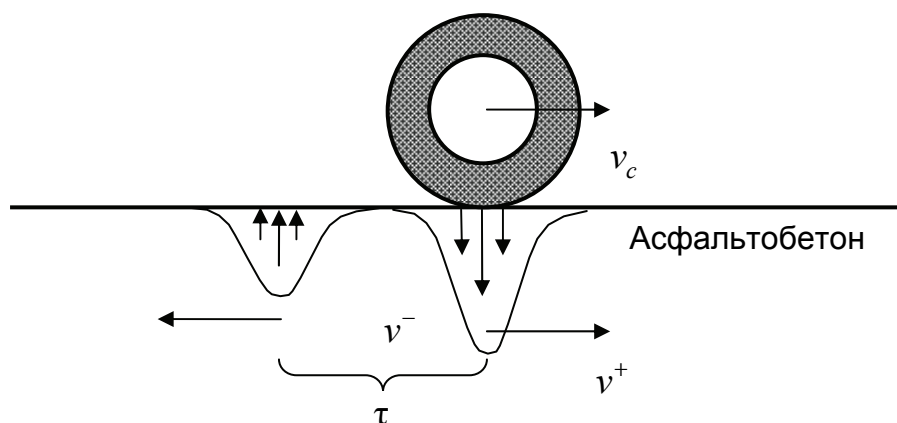


Рис. 1. Динамическое нагружение асфальтобетона:  $v_c$  – скорость автомобиля;

$v^+$  – скорость прямой волны;  $v^-$  – скорость отраженной волны;

$\tau$  – время задержки отраженной волны

В асфальтобетоне под колесом автомобиля возбуждается медленная поперечная волна, распространяющаяся в направлении движения автомобиля. Скорость распространения волны равна скорости движения автомобиля. Назовем эту волну прямой. С другой стороны ударами элементов протектора шины колеса будут возбуждаться упругие (акустические) волны, которые распространяются вовнутрь гетерогенной структуры дороги. Скорость распространения этих волн (1000–4000 м/с) примерно на два порядка больше скорости распространения прямой волны. Часть этой волновой энергии отразится от многофазной структуры дороги и вторично нагрузит область асфальтобетона под колесом автомобиля (рис. 1). Таким образом, вслед за прямой волной с временной задержкой  $\tau$  будет распространяться вторая волна, у которой вектор скорости частиц среды имеет обратное направление по отношению к скорости частиц прямой волны. Назовем эту волну отраженной.

Целью работы является исследование отраженных волн для различных гетерогенных структур автомобильных дорог. Из автомобильных дорог, имеющих примерно одинаковые статические характеристики, деградировать от динамических нагрузок быстрее будут те, для структур которых волны отражения будут наибольшими.

### 1. Математическая модель гетерогенных структур автомобильных дорог

Математические модели гетерогенных структур автомобильных дорог будем строить с использованием декомпозиционного подхода. Область полотна автомобильной дороги (рис. 2) расчленяем условными границами на автономные блоки в виде прямоугольных параллелепипедов с упругим заполнением [1, 2]. В результате рекомпозиции дескрипторов автономных блоков получаем матрицу импеданса (математическую модель) гетерогенной структуры автомобильной дороги в базисах виртуальных каналов Флоке.

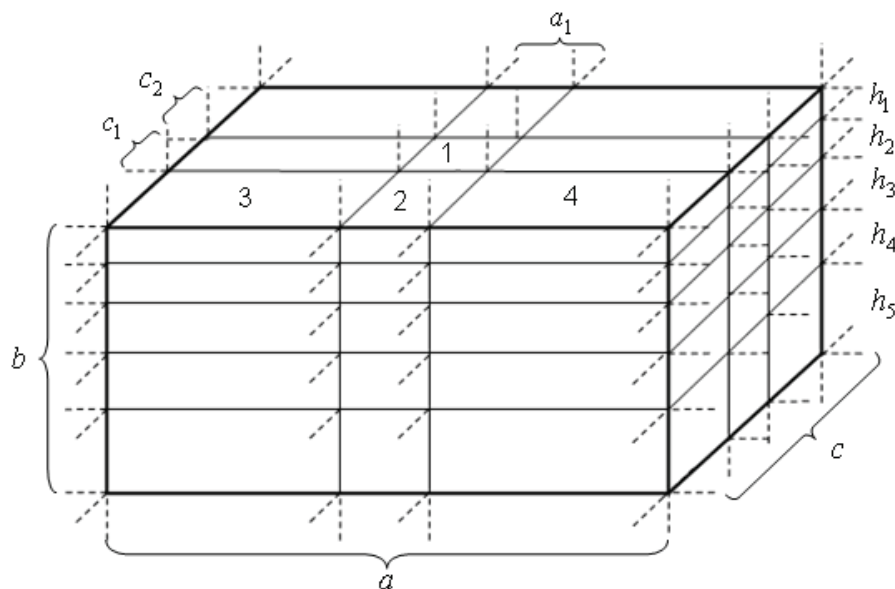


Рис. 2. Расчленение гетерогенной структуры автомобильной дороги на автономные блоки:  $h_1, h_2$  – асфальтобетон;  $h_3$  – гравий;  $h_4$  – песок;  $h_5$  – уплотненный грунт; 1, 2, 3, ...,  $N$  – нумерация каналов Флоке автономных блоков на гранях

Запишем матрицу импеданса  $\mathbf{Z}$  гетерогенной структуры автомобильной дороги в клеточной форме, выделив особо канал Флоке 1 (через него осуществляется динамическое нагружение колесом транспортного средства):

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{1\alpha} \\ \mathbf{Z}_{\alpha 1} & \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\alpha = \{2, 3, \dots, N\}$  – совокупность индексов каналов 2, 3, ...,  $N$ .

Матрица импеданса связывает вектор  $\mathbf{a}$  с вектором  $\mathbf{b}$  [3]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{1\alpha} \\ \mathbf{Z}_{\alpha 1} & \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_\alpha \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Волновые процессы в гетерогенной структуре автомобильной дороги удобно описывать матрицей рассеяния  $\mathbf{S}$ , которая связана с матрицей импеданса  $\mathbf{Z}$  следующим образом [2]:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{Z} + \mathbf{I})^{-1} \cdot (\mathbf{Z} - \mathbf{I}), \quad (3)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.

Матрица рассеяния существует, так как автономный блок записан в терминах собственных волн каналов Флоке, и она имеет структуру, аналогичную структуре матрицы импеданса:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{c}_1^- \\ \mathbf{c}_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{1\alpha} \\ \mathbf{S}_{\alpha 1} & \mathbf{S}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1^+ \\ \mathbf{c}_\alpha^+ \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Амплитуды падающих волн  $\mathbf{c}_1^+$ ,  $\mathbf{c}_\alpha^+$  и амплитуды отраженных волн  $\mathbf{c}_1^-$ ,  $\mathbf{c}_\alpha^-$  в каналах Флоке определяются следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_1^+ &= \frac{\mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_1}{2}, \quad \mathbf{c}_1^- = \frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{a}_1}{2}, \\ \mathbf{c}_\alpha^+ &= \frac{\mathbf{b}_\alpha + \mathbf{a}_\alpha}{2}, \quad \mathbf{c}_\alpha^- = \frac{\mathbf{b}_\alpha - \mathbf{a}_\alpha}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Динамическое нагружение колесом автомобиля гетерогенной структуры (рис. 2) осуществляется со стороны канала Флоке 1 амплитудой падающей волны  $\mathbf{c}_1^+$ ; амплитуды остальных падающих волн в каналах математической модели гетерогенной структуры равны нулю ( $\mathbf{c}_\alpha^+ = 0$ ). В этих каналах распространяются только уходящие волны, возбужденные динамической нагрузкой (колесом автомобиля) со стороны канала Флоке 1. Амплитуда падающей волны  $\mathbf{c}_1^+$  определяется векторами  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{b}_1$ . Компонентами вектора  $\mathbf{a}_1$  являются коэффициенты рядов Фурье [1] представления нормальной и касательной составляющих скорости частиц. Компонентами вектора  $\mathbf{b}_1$  являются коэффициенты рядов Фурье представления давления и касательной

составляющей вихря скорости частиц. Следовательно, можно проводить комплексное нагружение гетерогенной структуры (скорость частиц, давление, вихрь скорости частиц). При нагружении гетерогенной структуры колесом транспортного средства доминирующими являются нормальная составляющая скорости частиц  $\vec{v}^z$  и давление  $p$ . Остальные компоненты векторов  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{b}_1$ , представляющие касательные составляющие скорости частиц и вихря скорости частиц, принимаем равными нулю.

Зная амплитуду падающей волны ( $\mathbf{c}_1^+ \neq 0, \mathbf{c}_\alpha^+ = 0$ ), по (4) определяем амплитуды отраженных волн ( $\mathbf{c}_1^-, \mathbf{c}_\alpha^-$ ) в каналах Флоке базового элемента гетерогенной структуры. Среда заполнения каналов Флоке имеет параметры  $\rho$  (плотность),  $c_l, c_\tau$  (скорости распространения продольных и поперечных упругих волн). Эти параметры выбираем, учитывая физические свойства материалов гетерогенной структуры автомобильной дороги. Через канал Флоке 1 осуществляется динамическое нагружение гетерогенной структуры колесом автомобиля, следовательно, параметры  $\rho, c_l, c_\tau$  берем для резины. Для остальных каналов, находящихся сверху структуры, параметры  $\rho, c_l$  берем для воздуха. Для каналов, находящихся снизу структуры, параметры  $\rho, c_l, c_\tau$  берем для слоев дорожной одежды. Для боковых каналов структуры параметры выбираем следующим образом: первый слой –  $\rho, c_l, c_\tau$  – для асфальта; второй слой –  $\rho, c_l, c_\tau$  – для асфальта; третий слой –  $\rho, c_l, c_\tau$  – для гравия; четвертый слой –  $\rho, c_l, c_\tau$  – для песка; пятый слой –  $\rho, c_l, c_\tau$  – для уплотненного грунта.

## 2. Результаты математического моделирования

В табл. 1 приведены усредненные значения плотности, модуля Юнга и модуля сдвига для материалов, которые используются при строительстве автомобильных дорог.

Таблица 1

Материал	Плотность, $\rho, \text{кг/м}^3$	Модуль Юнга, $E, \text{МПа}$	Модуль сдвига, $G, \text{МПа}$
Асфальтобетон	3000	4400	2400
Гравий	2500	1500	1750
Песок	1800	750	850
Уплотненный грунт	1500	300	600
Грунт	1300	150	450

Скорости распространения продольных и поперечных упругих волн определяются следующим образом:  $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, c_\tau = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ .

На рис. 3 представлены характерные конструкции многослойных гетерогенных структур дорог.

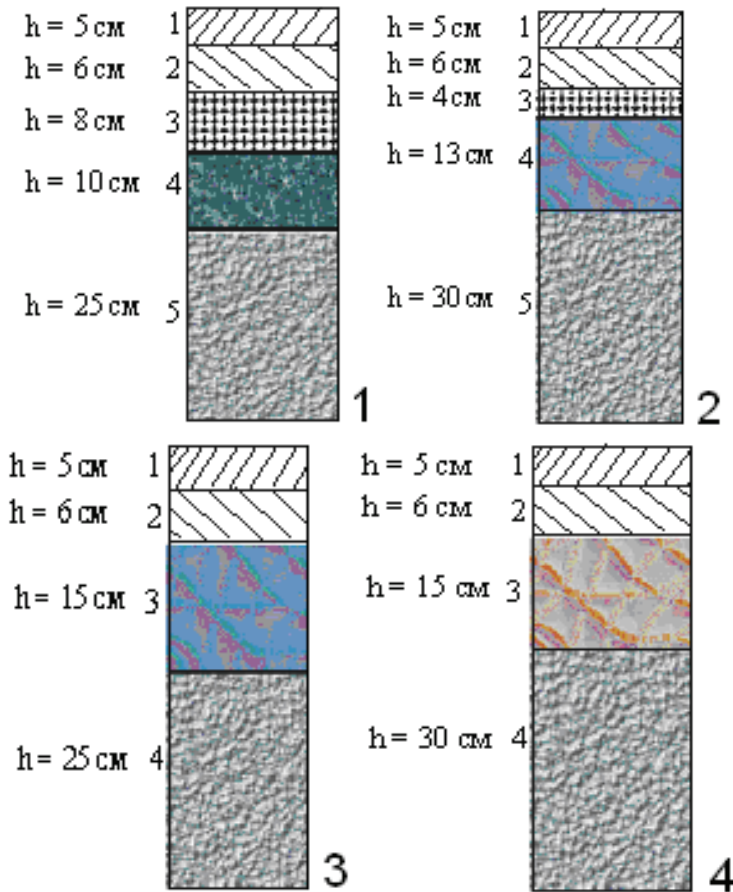


Рис. 3. Характерные конструкции многослойных гетерогенных структур дорог

На рис. 4 показаны результаты расчета коэффициента отраженной волны в зависимости от частоты динамического нагружения.

Коэффициент отражения определялся как  $k_{отр} = \frac{c_1^-}{c_1^+}$ , где  $c_1^+$  – амплитуда

прямой волны;  $c_1^-$  – амплитуда отраженной волны. Из графиков на рис. 4 следует, что наиболее жесткая «волновая подушка» у конструкции 1. Для скоростей автомобилей не более 60 км/ч (из технических характеристик спектр частот не превышает 400 Гц) коэффициент отражения у всех четырех конструкций примерно одинаковый и не превышает  $k_{отр} = 0,25$ .

На рис. 5 приведены результаты математического расчета распределения давления для прямой волны по глубине гетерогенной структуры автомобильной дороги конструкции 1.

Для больших частот, которые характерны для скоростных режимов движения транспортных средств, наблюдаются значительные изменения давления на границах раздела сред асфальтобетон – гравий, гравий – песок, песок – уплотненный грунт. Быстрые изменения давления приводят к увеличению скорости частиц среды на границе раздела, а это ведет к дополнительным разрушениям гетерогенной структуры автомобильной дороги.

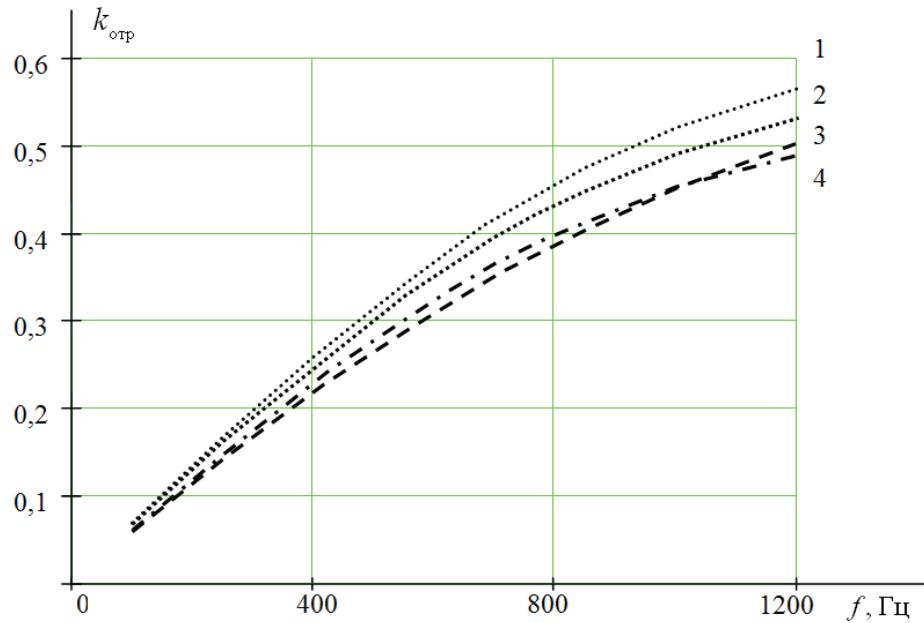


Рис. 4. Зависимость коэффициента отраженной волны от частоты динамического нагружения для каждой из конструкций (рис. 3)

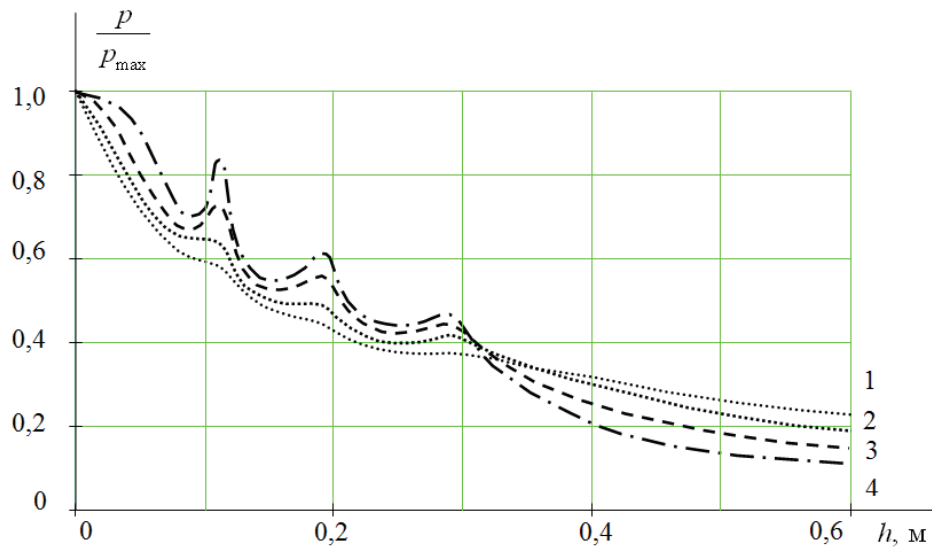


Рис. 5. Распределение давления для прямой волны по глубине гетерогенной структуры конструкции 1: кривые 1 –  $f = 100$  Гц; 2 –  $f = 400$  Гц; 3 –  $f = 800$  Гц; 4 –  $f = 1200$  Гц

### Заключение

Метод автономных блоков позволяет строить адекватные математические модели гетерогенных структур автомобильных дорог и проводить теоретические исследования различных волновых процессов, протекающих в этих структурах при динамических нагружениях.

**Список литературы**

1. **Голованов, О. А.** Математическое моделирование волновых процессов в акустических устройствах на основе декомпозиционного алгоритма / О. А. Голованов, В. В. Смогунов, А. И. Грачев // Вестник Пермского университета. Математика, механика, информатика. – 2008. – № 4 (20). – С. 92–101.
2. **Кичкидов, А. А.** Математическое моделирование распространения и затухания волновых процессов в двухфазовых гетерогенных структурах методом автономных блоков / А. А. Кичкидов, О. А. Голованов, А. А. Туманов, А. М. Мазур // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2009. – № 4. – С. 17–21.
3. **Голованов, О. А.** Автономные блоки с виртуальными каналами Флоке и их применение для решения прикладных задач электродинамики / О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 12. – С. 1423–1430.

**Волчихин Владимир Иванович**

доктор технических наук, профессор,  
ректор Пензенского государственного  
университета

E-mail: [cnit@pnzgu.ru](mailto:cnit@pnzgu.ru)

**Volchikhin Vladimir Ivanovich**

Doctor of engineering sciences, professor,  
rector of Penza State University

**Артамонов Дмитрий Владимирович**

кандидат технических наук, доцент,  
директор Межрегионального центра  
повышения квалификации, Пензенский  
государственный университет

E-mail: [dvamrcpk@pnzgu.ru](mailto:dvamrcpk@pnzgu.ru)

**Artamonov Dmitry Vladimirovich**

Candidate of engineering sciences,  
associate professor, director of Interregional  
Center of Advanced Studies,  
Penza State University

**Чиркина Марина Александровна**

старший преподаватель, кафедра  
прикладной математики и информатики,  
Пензенский государственный  
университет архитектуры  
и строительства

E-mail: [chm-77@mail.ru](mailto:chm-77@mail.ru)

**Chirkina Marina Alexandrovna**

Senior lecturer, sub-department of applied  
mathematics and computer science,  
Penza State University of Architecture  
and Construction

УДК 535.32

**Волчихин, В. И.**

**Теоретическое исследование методом автономных блоков волновых процессов в гетерогенных структурах при динамических нагрузениях** / В. И. Волчихин, Д. В. Артамонов, М. А. Чиркина // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2011. – № 3 (19). – С. 153–159.